

HEDEF PROGRAMLAMA (GOAL PROGRAMMING)

Doğrusal programlama modeli, sadece toplam karın ençoklanması veya toplam maliyetin enküçüklenmesi gibi sadece tek bir amaca yönelik problemlerin çözümü ile ilgilidir(Öztürk, A., 2011, Yöneylem Araştırmasına Giriş, Ekin Yayınevi).

İş hayatında şirketler, karın enbüyüklenmesinin yanında çeşitli maliyetlerin enküçüklenmesi, pazar payının artırılması, müşteri memnuniyetinin artırılması gibi farklı amaçlar üzerinde de odaklanır.

Hedef programlamanın temel yaklaşımı, bu tür farklı amaçların her birisi için spesifik sayısal bir hedef belirlemek ve sonra ilişkin oldukları hedeflerden istenmeyen sapmaları minimum yapan çözümü araştırmaktır.

Hedef programlama modeli, çok amaçlı programlama modellerinin bir türüdür. Çok amaçlı programlama modellerinde; birbiriyle çelişen amaçları, kısıtlayıcı kümesine göre eş zamanlı olarak doyuran bir çözüm belirlenir.

Hedef programlama modelini, doğrusal programlama modeli gibi kısıtlayıcı kümesi ve amaç fonksiyonu şeklinde iki bölümde inceleyebiliriz(Özkan, M.M., 2003, Bulanık Hedef Programlama, Ekin Kitabevi).

Bir doğrusal programlama modelinde yer alan bütün fonksiyonlar(kısıtlayıcılar ve amaç fonksiyonları) hedef programlama modelinin sadece kısıtlayıcı kümesini oluşturur. Hedef programlama modelinde, amaç fonksiyonları için ulaşılmak istenen erişim değerlerini(hedefleri) karar vericinin belirlemesi gerekir. Bunun doğal bir sonucu olarak, erişim değerli amaç fonksiyonları bir eşitlik halinde kısıtlayıcı kümesine eklenir. Bu işlem, her bir hedef fonksiyonu için sapma değişkenlerinin tanımlanmasını gerektirir.

Sapma değişkenleri, hedef fonksiyonlarının erişim düzeylerinden ne kadar uzaklaştığının ölçülmesini sağlar. Sapma değişkenleri, negatif ve pozitif sapma olarak iki kısımda ele alınır.

n_i (yada d_i^-) değişkeni ile ifade edilen negatif sapma değişkeninin değeri pozitif ise ilgili hedef için, belirlenen erişim düzeyinin altında bir değere ulaşıldığını söyleriz.

p_i (yada d_i^+) ile gösterilen pozitif sapma değişkeninin değeri sıfırdan büyükse ilgili hedef için, belirlenen erişim düzeyinin aşıldığını söyleriz.

Eğer ilgili hedef için pozitif ve negatif sapma değişkenlerinin değeri sıfır ise, belirlenen erişim düzeyine tam olarak ulaşıldığı anlaşılır.

Bir hedeften eşanlı olarak tek bir sapma söz konusu olduğu için, sapma değişkenlerinin negatif değer almaması gerekir.

Hedef programlama modelinde; hedefler için belirlenen erişim düzeylerinden, oluşabilecek istenmeyen sapmalar minimize edilir.

Buna göre, olası hedef yönleri ve bunların hedef programlama modelinin amaç fonksiyonunda yer alacak sapma değişkenleri Tablo 1.'de verilmiştir.

Tablo 1. Amaç fonksiyonunda yer alacak sapma değişkenleri

Hedef yönü	Sapma değişkeni
\leq	p_i yada d_i^+
\geq	n_i yada d_i^-
$=$	$n_i + p_i$ yada $d_i^- + d_i^+$

Aşağıda verilen model bir Çok Amaçlı Doğrusal Programlama Modelidir.

$$\text{Max } Z_1 = f_1(x)$$

$$\text{Min } Z_2 = f_2(x)$$

$$\text{Kısıtlayıcılar : } \sum_{j=1}^n a_{1j}x_{1j} \leq b_1$$

$$\sum_{j=1}^n a_{2j}x_{2j} \geq b_2$$

$$\sum_{j=1}^n a_{3j}x_{3j} = b_3$$

$$x_{ij} \geq 0, \quad i = 1,2,3; \quad j = 1,2, \dots, n$$

Bu modeli bir hedef programlama modeli olarak ifade etmek istediğimizde, önce hedef programlama modelinin kısıtlayıcı kümesinde yer alacak olan $f_1(x)$ ve $f_2(x)$ fonksiyonlarının erişim düzeyleri belirlenir. Bunlar sırasıyla b_4 ve b_5 olsun.

Bu durumda.

$$f_1(x) \geq b_4 \text{ ve } f_2(x) \leq b_5$$

olur.

Tablo 1’de verilen bilgiler dikkate alınarak, $f_1(x)$ ve $f_2(x)$ için sapma değişkenleri belirlenip aşağıdaki biçimde eşitlik haline getirilir.

$$f_1(x) + d_1^- - d_1^+ = b_4$$

$$f_2(x) + d_2^- - d_2^+ = b_5$$

Daha sonra, elde ettiğimiz bu eşitlikler kısıtlayıcı kümesine ilave edilir ve hedef programlama modelinin amaç fonksiyonunda yer alacak olan sapma değişkenleri belirlenerek Hedef Programlama Modeli aşağıdaki gibi oluşturulur.

$$\text{Min} \sum_{i=1}^n (d_i^-, d_i^+) = \text{Min}(d_1^- + d_2^+)$$

$$\text{Kısıtlayıcılar} : \sum_{j=1}^n a_{1j}x_{1j} \leq b_1$$

$$\sum_{j=1}^n a_{2j}x_{2j} \geq b_2$$

$$\sum_{j=1}^n a_{3j}x_{3j} = b_3$$

$$f_1(x) + d_i^- - d_i^+ = b_4$$

$$f_2(x) + d_2^- - d_2^+ = b_5$$

$$x_{ij} \geq 0 \quad , \quad i = 1,2,3 \quad ; \quad j = 1,2, \dots, n$$

$$d_i^-, d_i^+ \geq 0 \quad ; \quad d_i^- * d_i^+ = 0 \quad ; \quad i = 1,2$$

Burada yer alan $d_i^- * d_i^+ = 0$ kısıtı, belirlenen bir erişim düzeyinden aynı anda hem pozitif hem de negatif sapma olamayacağını belirtir. Dolayısıyla i . sapma değişkenlerinden biri pozitifse, diğeri mutlaka sıfır olmalıdır.

NOT: Herhangi bir $f(x)$ amaç fonksiyonunun erişim düzeyine tam olarak ulaşmak istenirse; hedef programlama modeli amaç fonksiyonunda, $f(x)$ ‘e ait her iki sapma değişkeni de yer alır.

Hedef Programlama modelleri, hedeflerin önceliğine göre değişik isimler almaktadır. Eşit Ağırlıklı Hedef Programlama Modeli(hedefler arasında öncelik durumu söz konusu değil), Öncelikli(Ağırlıklı) Hedef Programlama Modeli(hedefler arasında öncelik söz konusu

yani bazı hedefler gerçekleşmeden diğerlerinin gerçekleşmesinin bir anlamı yok) gibi. Öncelik durumu modelde, amaç fonksiyonunda yer alan sapma değişkenlerine 0 ile 1 arasında ağırlıklar verilerek belirtilir.

Örnek 1: Aşağıda verilen çok amaçlı doğrusal programlama modelini, Hedef programlama modeli olarak formüle ediniz.

$$\text{Max } Z_1 = 4x_1 + x_2 + 2x_3$$

$$\text{Max } Z_2 = x_1 + 3x_2 + 5x_3$$

$$\text{Min } Z_3 = 2x_1 + x_2 + 4x_3$$

$$\text{Kısıtlayıcılar: } 5x_1 + 4x_2 + 3x_3 \leq 300$$

$$2x_1 + 3x_2 + x_3 \leq 400$$

$$x_1 + x_2 \geq 40$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

Çözüm:

Amaç fonksiyonları için erişim düzeyleri $Z_1 \geq 120$, $Z_2 = 200$ ve $Z_3 \leq 50$ olsun.

$$\text{Min } Z = (d_1^- + d_2^- + d_2^+ + d_3^+)$$

$$\text{Kısıtlayıcılar: } 4x_1 + x_2 + 2x_3 + d_1^- - d_1^+ = 120$$

$$x_1 + 3x_2 + 5x_3 + d_2^- - d_2^+ = 200$$

$$2x_1 + x_2 + 4x_3 + d_3^- - d_3^+ = 50$$

$$5x_1 + 4x_2 + 3x_3 \leq 300$$

$$2x_1 + 3x_2 + x_3 \leq 400$$

$$x_1 + x_2 \geq 40$$

$$x_1, x_2, x_3, d_1^-, d_1^+, d_2^-, d_2^+, d_3^-, d_3^+ \geq 0$$

olur.